数学A【第1章 場合の数と確率】 休校中課題 解答

1．解答 (1) $A=\{3, 6, 9, 12, 15\}$ (2) $B=\{1, 3, 5, \cdots\cdots, 99\}$

解説

(1) $A=\{3, 6, 9, 12, 15\}$

(2) $B=\{1, 3, 5, \cdots\cdots, 99\}$

2．解答 $A\cap B=\{2, 4\}$，$A\cup B=\{2, 3, 4, 5, 6\}$

解説

$A\cap B=\{2, 4\}$，$A\cup B=\{2, 3, 4, 5, 6\}$

3．解答 (1) $\{4, 5, 6\}$ (2) $\{1, 4, 6\}$ (3) $\{4, 6\}$

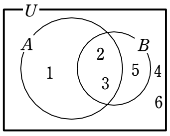
解説

(1) $\overline{A}=\{4, 5, 6\}$

(2) $\overline{B}=\{1, 4, 6\}$

(3) $A\cup B=\{1, 2, 3, 5\}$ であるから

$\overline{A\cup B}=\{4, 6\}$



4．解答 12通り

解説

1回目の目の出方は3，4，5，6の4通りある。

1回目のどの場合についても，2回目の目の出方は1，3，5の3通りずつある。

よって，求める場合の数は

$4\times3=12$（通り）

5．解答 (1) 6，120，720 (2) 20通り (3) 6通り

解説

(1) ${}_3P_2=3\cdot2=6$，${}_5P_4=5\cdot4\cdot3\cdot2=120$，$6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$

(2) ${}_5P_2=5\cdot4=20$（通り）

(3) $3!=3\cdot2\cdot1=6$（通り）

6．解答 (1) 120通り (2) 6通り

解説

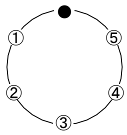
(1) 1人を固定すると，残りの5人を右の図の①～⑤の位置に並べる順列が，6人の円順列に等しい。

よって，求める並び方は

$(6-1)!=5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$（通り）

(2) 求める塗り方は，異なる4色の円順列であるから

$(4-1)!=3!=3\cdot2\cdot1=6$（通り）



7．解答 (1) 6 (2) 21 (3) 1

解説

(1) ${}_4C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=6$

(2) ${}_7C_5={}_7C_{7-5}={}_7C_2=\dfrac{7\cdot6}{2\cdot1}=21$

(3) ${}_2C_0=1$

8．解答 (1) 10通り (2) 15通り

解説

(1) 5人の生徒の中から2人を選ぶ方法は

$${}_5C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10\text{（通り）}$$

(2) 6個の文字 a，b，c，d，e，f の中から4個を選ぶ方法は

$${}_6C_4={}_6C_{6-4}={}_6C_2=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=15\text{（通り）}$$

9．解答 (1) 25個 (2) 16個 (3) 8個 (4) 33個

解説

50以下の自然数全体の集合を全体集合とし，2の倍数全体の集合を A，3の倍数全体の集合を B とする。

(1) $A=\{2\cdot1, 2\cdot2, \cdots\cdots, 2\cdot25\}$ であるから，求める個数は $n(A)=25$（個）

(2) $B=\{3\cdot1, 3\cdot2, \cdots\cdots, 3\cdot16\}$ であるから，求める個数は $n(B)=16$（個）

(3) 2の倍数かつ3の倍数である数全体の集合は $A\cap B$ である。

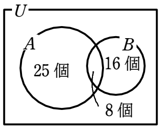
これは2と3の最小公倍数6の倍数全体の集合である。

$A\cap B=\{6\cdot1, 6\cdot2, \cdots\cdots, 6\cdot8\}$ であるから，求める個数は $n(A\cap B)=8$（個）

(4) 2の倍数または3の倍数である数全体の集合は $A\cup B$ である。

よって，求める個数は

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=25+16-8=33$（個）



10．解答 32個

解説

40以下の自然数全体の集合を全体集合 U とし，5の倍数全体の集合を A とすると

$A=\{5\cdot1, 5\cdot2, \cdots\cdots, 5\cdot8\}$

よって $n(A)=8$

また，5の倍数でない数全体の集合は $\overline{A}$ である。

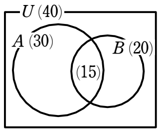
よって，求める個数は

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=40-8=32$（個）

11．解答 (1) 35人 (2) 5人

解説

40人の集合を全体集合 U とし，Aに正解した人の集合を A，Bに正解した人の集合を B とすると，$n(A)=30$，$n(B)=20$，$n(A\cap B)=15$ である。



(1) AまたはBに正解した人の集合は $A\cup B$ である。

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=30+20-15=35$（人）

(2) AもBも正解しなかった人の集合は $\overline{A}\cap\overline{B}$ すなわち $\overline{A\cup B}$ である。

$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)$

$=40-35=5$（人）

12．解答 8通り

解説

[1] 目の和が4になる場合は，右の表から

3通り

大	1	2	3
小	3	2	1

[2] 目の和が8になる場合は，右の表から

5通り

大	2	3	4	5	6
小	6	5	4	3	2

[1]と[2]は同時には起こらないから，求める場合の数は

$3+5=8$（通り）

13．解答 10個

解説

48を素因数分解すると $48=2^4\cdot3$

2^4 の正の約数は1，2，2^2，2^3，2^4 の5個ある。

3の正の約数は1，3の2個ある。

2^4 の5個の約数それぞれの数に，3の2個の約数のそれぞれを掛けると，48の正の約数がすべて得られる。

よって，求める個数は，積の法則により

$5\times2=10$（個）

	1	3
1	1	3
2	2	6
2^2	4	12
2^3	8	24
2^4	16	48

14．解答 336通り

解説

8人から3人を選んでできる順列の総数に等しいから

${}_8P_3=8\cdot7\cdot6=336$（通り）

15．解答 24個

解説

一の位は偶数であるから，その選び方は2，4の2通りある。

百，十の位の選び方は，残りの4個の数字から2個を選んでできる順列の総数に等しいから，${}_4P_2$ 通りある。

よって，求める偶数の個数は，積の法則により

$2\times{}_4P_2=2\times4\cdot3=24$（個）

16．解答 (1) 36通り (2) 36通り

解説

(1) 女子3人をまとめて1組と考えると，男子2人と女子1組の並び方は $3!$ 通りある。

1組と考えた女子3人の並び方は $3!$ 通りある。

よって，求める並び方は，積の法則により

$3!\times3!=3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1=36$（通り）

(2) 両端の女子2人の並び方は ${}_3P_2$ 通りある。

残りの男子2人，女子1人，合計3人の並び方は $3!$ 通りある。

よって，求める並び方は，積の法則により

${}_3P_2\times3!=3\cdot2\times3\cdot2\cdot1=36$（通り）

17．解答 81個

解説

千の位の選び方は1，2，3の3通りある。

百の位，十の位，一の位の選び方も，1，2，3の3通りずつある。

よって，できる4けたの数は $3^4=81$（個）

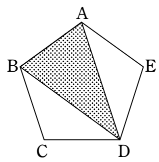
18．解答 10個

解説

5個の頂点からどの3点を取っても，三角形を1個作ることができる。

よって，求める三角形の個数は，異なる5個から3個を取る組合せの総数である。

よって ${}_5C_3={}_5C_{5-3}={}_5C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$（個）



19．解答 60通り

解説

男子4人の中から2人を選ぶ方法は ${}_4C_2$ 通りある。

女子5人の中から3人を選ぶ方法は ${}_5C_3$ 通りある。

よって，求める選び方は，積の法則により

$${}_4C_2\times{}_5C_3={}_4C_2\times{}_5C_{5-3}={}_4C_2\times{}_5C_2=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=60\text{（通り）}$$